

ANALIZA I SIMULACIJE U INŽENJERSTVU PRIMENOM SOFTVERSKOG PAKETA MATHEMATICA

Nenad Grahovac¹, Miodrag Žigić²

^{1,2}Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, Srbija

¹ngraho@uns.ac.rs, ²mzigic@uns.ac.rs

Kratak sadržaj: U ovom radu biće prikazana primena digitalnih tehnologija u nastavi mehanike na različitim studijskim programima Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu, u cilju poboljšanja kvaliteta nastave. Klasični način predavanja se danas može unaprediti korišćenjem programskog paketa Mathematica tako da nastava bude obogaćena rešenjima složenih problema, kao i olakšanom analizom dobijenih rešenja. Osim što Mathematica predstavlja izuzetno moćan alat za simbolička i numerička izračunavanja, ona pruža i velike mogućnosti za vizuelizaciju dobijenih rešenja. Naime, rešenja inženjerskih problema mogu se na jednostavan način prikazati grafički, a takođe se mogu generisati animacije/simulacije kretanja proučavanih sistema. Ovakav način prezentacije rešenja doprinosi lakšem i boljem razumevanju izloženog gradiva, a samim tim i kvalitetu nastavnog procesa. Važno je napomenuti da Mathematica nije svemoćna i da neće sama uraditi posao umesto inženjera. Njen korisnik prvo mora biti dobro upoznat sa teorijskim osnovama oblasti proučavanog problema i u tom slučaju će mu Mathematica pružiti velike mogućnosti kako prilikom rešavanja, tako i za analizu dobijenih rešenja.

Ključne reči: Simulacije, Mehanika, Mathematica

ANALYSIS AND SIMULATION IN ENGINEERING BY USE OF MATHEMATICA SOFTWARE

Abstract: In this paper we present the application of digital technologies in the lecturing of Mechanics in different study programs at the Faculty of Technical Sciences in Novi Sad, in order to improve teaching quality. Nowadays, the classical way of lecturing can be improved by the use of Mathematica software, so that teaching is enriched with the solutions of complex problems, as well as easier analysis of the obtained solutions. In addition to the fact that Mathematica presents a very powerful tool for obtaining symbolic and analytical solutions, it has a great potential for visualization of the obtained results. Namely, the solutions of engineering problems can be easily shown graphically, and animations/simulations of the analyzed systems can be generated as well. This way of solution presentation contributes both to easier and better understanding of the presented material and to the quality of teaching process. It is important to mention that Mathematica will not do the complete task instead of an engineer. The user of Mathematica must be familiar with the theory of the area which the analyzed problem belongs to, and then the software will offer a great opportunity for both the problem solving and the analysis of the obtained solutions.

Key Words: Simulations, Mechanics, Mathematica

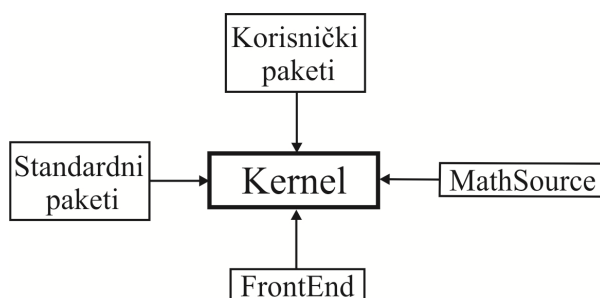
1. UVOD

Osnovni zadatak nastavnika koji predaje studentima inženjerske struke jeste da im prenese potrebna znanja i veštine kako bi se uspešno suočavali sa izazovima koje donosi inženjerska profesija. Takođe, od velike važnosti za buduće inženjere je da razviju kritički način razmišljanja kao i inženjersku intuiciju. Da bi bili osposobljeni da donose prave odluke prilikom rešavanja problema, neophodno je da prvo savladaju osnovne inženjerske discipline i principe. Kamen temeljac tehničkog znanja predstavljaju predmeti u okviru kojih se predaje mehanika krutog i deformabilnog tela, mehanika kontinuuma i mehanika materijala, [1]. Dobro razumevanje i savladavanje tog osnovnog gradiva predstavlja preduslov za uspešnu nadogradnju znanja kroz predmete usko vezane za struku u ma kojoj oblasti. Stoga postoji i velika odgovornost nastavnika koji predaju fundamentalne predmete.

U periodu do pojave digitalnih tehnologija, nastava se izvodila na klasičan način, a u eri digitalizacije nastava može značajno biti unapređena, a razumevanje izloženog gradiva olakšano. Jedan od načina za poboljšanje kvaliteta nastave iz mehanike je primena softverskog paketa Mathematica. Na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu, Mathematica, kao moćan alat za simbolička i numerička izračunavanja, se duži niz godina koristi kao pomoćno sredstvo u nastavi. Takođe, ovaj programski paket pruža i velike mogućnosti za vizuelizaciju dobijenih rešenja, što je od izuzetnog značaja. U nastavku rada dat je kratak prikaz strukture i nekih mogućnosti softvera Mathematica i navedeno je nekoliko primera njegove primene u nastavi iz mehanike.

Mathematica je računarski sistem koji omogućava simbolička i numerička izračunavanja, kao i grafičko prikazivanje dobijenih rezultata na veoma visokom nivou. Razvio ga je Stephen Wolfram osamdesetih godina XX veka, a tokom proteklih godina sistem se proširivao kroz niz verzija, od kojih je trenutno najnovija verzija 11.

Mathematica se sastoji od pet osnovnih komponenti, koje su prikazane na Slici 1.



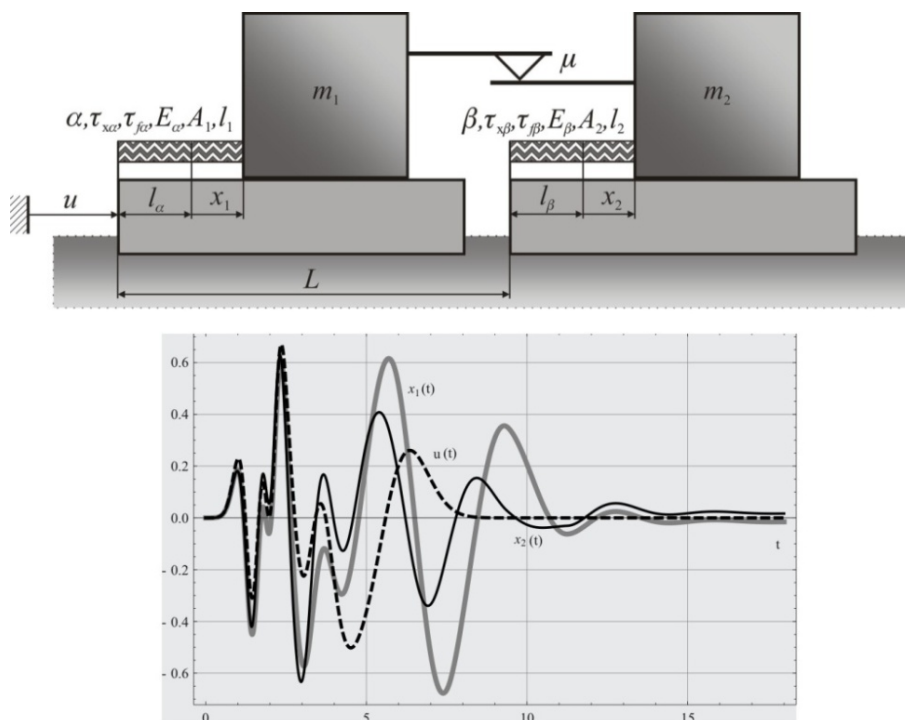
Slika 1. Struktura programskog paketa Mathematica

Kernel predstavlja računarsko jezgro softvera koje je odgovorno za izračunavanja, radi u pozadini i najčešće se ne vidi. FrontEnd je deo sistema koji služi za komunikaciju između korisnika i Kernela. Postoji mnogo specijalnih funkcija i procedura vezanih za specifične oblasti matematike, kao na primer vektorska analiza, statistika, algebra, koje nisu učitane prilikom startovanja softvera Mathematica, a smeštene su u okviru Standardnih paketa i one se prema potrebi pozivaju. Pored standardnih paketa moguće je da korisnik kreira paket prema svojim potrebama u okviru Korisničkih paketa, [2], [3]. MathSource predstavlja još jedan vid paketa napravljenih od strane korisnika, a koji su dostupni putem interneta na adresi <http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource>.

Interfejs programskog paketa Mathematica, koji je izuzetno korisnički orijentisan, može se prilagođavati potrebama i želji korisnika. Za pomoć u radu postoje Help fajlovi kako na Wolframovom web sajtu tako i u Help meniju, gde su pored objašnjenja određenih komandi dati i brojni primeri njihove primene. Takođe, u okviru korisničke podrške, na internet stranici <https://demonstrations.wolfram.com/> može se naći više hiljada interaktivnih dokumenata za edukaciju i istraživanje u različitim oblastima. Važno je napomenuti da je razvijen Wolfram programski jezik, u kojem se koristi jedinstveni koncept simboličkog programiranja, sa ugrađenim funkcijama, videti [4]. Primena softverskog paketa Mathematica u nekim problemima mehanike prikazana je u sledećoj sekciji.

2. PRIMERI PRIMENE SOFTVERA MATHEMATICA U INŽENJERSKIM PROBLEMIMA

Primeri primene programskog sistema Mathematica u različitim oblastima osnovnih inženjerskih disciplina su brojni i mogu se videti u knjigama velikog broja autora, kao na primer [2], [5] i [6]. Ovde su prikazana tri inženjerska problema za čije rešavanje i prikazivanje dobijenih rezultata je korišćen pomenuti softver.

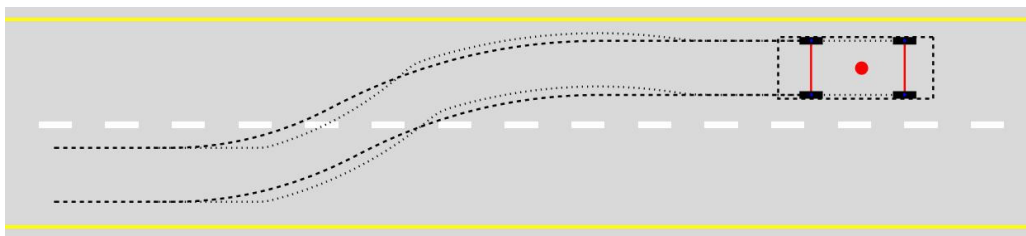


Slika 2. Susedne konstrukcije izložene horizontalnoj seizmičkoj pobudi i funkcije koje opisuju relativno kretanje blokova masa m_1 i m_2 tokom vremena

U sva tri slučaja proučavani sistemi su modelirani diferencijalnim jednačinama čije rešavanje ne bi bilo moguće bez primene softvera Mathematica ili nekog drugog alata za numeričko izračunavanje. Osim toga, Mathematica pruža velike mogućnosti za grafički prikaz dobijenih rešenja, a moguće je izvršiti i prikazati simulacije kretanja za izabrane vrednosti parametara sistema, što doprinosi olakšanoj analizi i boljem razumevanju samog problema.

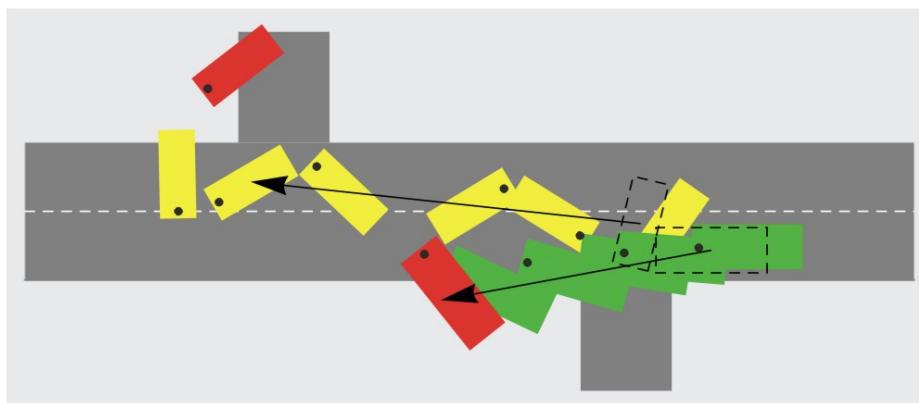
Na Slici 2 proučen je sistem koji se sastoji od dve susedne konstrukcije, koje su međusobno povezane frikcionim prigušivačem, a svaka od njih je dodatno opremljena viskoelastičnim prigušivačem. Ove konstrukcije su izložene horizontalnom seizmičkom dejstvu modeliranom pomoću Rikerovih talasa, usled čega dolazi do njihovog kretanja i disipacije energije putem frikcionog i viskoelastičnih prigušivača. Kretanje konstrukcija je modelirano pomoću sistema frakcionih diferencijalnih jednačina u kojima figuriše i sila trenja kao neglatka funkcija, što predstavlja izuzetno složen matematički problem. Metod rešavanja prikazan je u radu [7], rešenja su izračunata i prikazana pomoću softvera Mathematica.

Drugi problem predstavlja modeliranje kretanja automobila koji spada u domen neholonomne mehanike. U prikazanom problemu automobil vrši manevar promene saobraćajne trake. Kretanje je modelirano pomoću Lagranževih jednačina druge vrste za neholonomne sisteme, koje čine sistem nelinearnih diferencijalnih jednačina. Upotrebom softverskog paketa Mathematica dobijeno je rešenje tog sistema, a na Slici 3 su prikazani tragovi kretanja automobila tokom manevra. Takođe, urađena je i simulacija kretanja koja pruža mogućnost detaljnije analize.



Slika 3. Manevar promene saobraćajne trake pri kretanju automobila

U trećem problemu, Slika 4, proučen je problem sudara dva vozila gde je kretanje podeljeno u tri različite faze. U prvoj fazi, koja traje nekoliko sekundi, vozila se kreću jedno prema drugom, nezavisno, a njihovo kretanje je u toj fazi modelirano jednačinama kao u prethodnom problemu. Druga faza je faza sudara, koja započinje kontaktom vozila i traje dok se vozila ne razdvoje, najčešće se meri u milisekundama. Korišćena je Hercova teorija sudara gde se tela smatraju krutim, osim u zoni kontakta gde se smatra da su deformabilna za šta je korišćen Kelvin-Vojtov model viskoelastičnog tela.



Slika 4. Primer simulacije kretanja dva vozila nakon sudara

Nakon završetka druge faze, započinje treća faza kretanja tokom koje se vozila nezavisno kreću do svog zaustavljanja, i to najčešće bez mogućnosti upravljanja. U ovoj fazi vozila su modelirana kao kruta tela koja vrše ravno kretanje. Za svaku fazu kretanja rešenja su dobijena pomoću softvera Mathematica, a na Slici 4 je prikazan niz uzastopnih položaja oba vozila tokom faza 2 i 3. Simulacija kretanja koja se može uraditi pomoću ovog softvera omogućava da se istovremeno prati kretanje oba vozila, kao i da se odabirom odgovarajućih vrednosti parametara modela dobiju što približnije zaustavne pozicije u slučaju rekonstrukcije saobraćajne nezgode, što može biti od izuzetnog značaja.

Navedeni primeri imali su za cilj da pokažu mogućnost softvera Mathematica za rešavanje samo nekih od složenih inženjerskih problema, čija rešenja mogu biti od koristi u nastavnom procesu i doprineti boljem razumevanju gradiva.

3. ZAKLJUČAK

Osim što Mathematica predstavlja izuzetno moćan alat za simbolička i numerička izračunavanja, programski paket Mathematica pruža i velike mogućnosti za vizuelizaciju dobijenih rešenja. Rešenja inženjerskih problema mogu se na jednostavan način prikazati grafički, a takođe se mogu generisati simulacije kretanja proučavanih sistema. Ovakav način prezentacije rešenja doprinosi lakšem i boljem razumevanju izloženog gradiva, a samim tim i kvalitetu nastavnog procesa. Važno je napomenuti da Mathematica neće sama uraditi posao umesto inženjera. Njen korisnik prvo mora biti dobro upoznat sa teorijskim osnovama oblasti proučavanog problema i u tom slučaju će mu Mathematica pružiti velike mogućnosti kako prilikom rešavanja, tako i za analizu dobijenih rešenja.

Istraživanje je podržano od strane Fakulteta tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu, Projekat broj 2019-054.

4. LITERATURA

- [1] R. Karim, *Teaching and Learning of Fundamentals of Mechanics in an Innovative Way to Maximize Students' Understanding*, 2nd WIETE Annual Conference on Engineering and Technology Education, Pattaya, Thailand, 2011.
- [2] Gerd Baumann, *Mathematica for Theoretical Physics*, Springer, USA, 2004.
- [3] Eugene Don, *Schaum's Outline of Mathematica*, Mc Graw-Hill, USA, 2009.
- [4] Stephen Wolfram, *An Elementary Introduction to the Wolfram Language*, Wolfram Media, Friesens, Manitoba, Canada, 2017.
- [5] Antonio Romano, *Classical Mechanics with Mathematica*, Springer, New York, 2012.
- [6] Andrei Constantinescu, Alexander Korsunsky, *Elasticity with MATHEMATICA*, Cambridge University Press, UK, 2007.
- [7] Miodrag Žigić, Nenad Grahovac, Boris Brkić, *Dynamics of Adjacent Structures During Horizontal Ground Motion*, Conference Proceedings 6th International Conference Contemporary Achievements in Civil Engineering, Subotica, Serbia, 2018.