

KREATIVNOST I SAVREMENI ALATI U NASTAVI MEHANIKE

Nenad Grahovac¹, Miodrag Žigic²

^{1,2}Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, Srbija

¹ngraho@uns.ac.rs, ²mzigic@uns.ac.rs

Kratak sadržaj: Kako se u mehanici matematika koristi kao sredstvo izražavanja, razvoj softverskih alata koji omogućavaju simboličko i numeričko rešavanje složenih matematičkih zadataka postavio je izazove u izvođenju nastave mehanike. Otvorene su nove mogućnosti za rešavanje, prikaz i analizu rešenja. Takođe, omogućena je i vizuelizacija rešenja u vidu 2D i 3D slika, kao i u obliku simulacija i interaktivnih manipulacija. To sve može doprineti lakšem i efikasnijem usvajanju novog gradiva na osnovu prethodno stečenog znanja, što se povezuje sa kreativnim radom. Ipak, studenti moraju prvo savladati teorijske osnove da bi uspešno mogli koristiti savremene računarske alate za analizu i rešavanje problema. U radu će biti prikazana implementacija ovih alata u nastavu mehanike.

Ključne reči: Mehanika, Mathematica, Simulacije

CREATIVITY AND MODERN TOOLS IN MECHANICS EDUCATION

Abstract: Since mechanics uses mathematics as a tool for its expression, the development of computer software which enables symbolic and numeric calculations of complex mathematical problems posed challenges in mechanics education. New opportunities for problem solving and solution representation and analysis are opened. Also, visualization in the form of 2D and 3D figures, simulations and interactive manipulations is enabled. All this may contribute to easier and more efficient building of a new knowledge on the basis of the existing knowledge, which is connected to the creative work. However, students first must learn theoretical basis in order to be able to successfully use modern computer tools for analysis and problem solving. In this paper the implementation of these tools in mechanics education will be presented.

Key Words: Mechanics, Mathematica, Simulations

1. UVOD

Savremene obrazovne tehnologije otvaraju nove mogućnosti za obrazovanje i usavršavanje kako studenata, tako i nastavnika koje odlikuje kreativnost, posvećenost i entuzijizam. Implementacija digitalnih tehnologija različitih vrsta može olakšati produktivno matematičko razmišljanje a sticanje novog znanja može postati zanimljivije i efikasnije, videti [1]. U današnje vreme, kada su razvijeni programski paketi za simbolička i numerička izračunavanja, mogućnosti prezentovanja gradiva iz mehanike su znatno proširene, tj. poprimile su jednu sasvim novu dimenziju. Primenom tih alata mogu se sa lakoćom rešiti diferencijalne jednačine kretanja složenih sistema, što ranije nije bilo moguće. Dostupnost sofisticiranih kompjuterskih programa sa mogućnošću složenih simboličkih izračunavanja stvorila je izazove za nastavnike matematike i mehanike koji rade sa motivisanim učenicima. Pored pozitivne strane modernih tehnologija u obrazovanju zbog koje je danas veći broj učenika i studenata u stanju da rešava matematičke probleme, one mogu predstaviti i barijeru na putu razvijanja kreativnih matematičkih sposobnosti. Zbog toga se predlažu modifikacije starih nastavnih planova i programa koje bi omogućile da ishod ne bude samo sposobnost studenata da pravilno unesu podatke u računarski program, [1].

U ranijem periodu nastava se izvodila na klasičan način, uz eventualnu demonstraciju nekog zakona fizike pomoću aparature i eksperimenta, dok u eri primene digitalnih tehnologija u obrazovanju nastava nesumnjivo može značajno biti unapređena, a razumevanje izloženog gradiva olakšano. Programski paketi koji mogu biti od velike koristi u nastavi mehanike su Mathematica, Mathcad, Matlab, Scientific Workplace, zbog velikih mogućnosti za simbolička i numerička izračunavanja, prikaz i simulaciju rezultata, kao i za generisanje i editovanje teksta. Ovde će se akcenat staviti na programski paket Mathematica, koji se duži niz godina koristi kao pomoćno sredstvo u nastavi mehanike na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu. Takođe, ovaj programski paket pruža izuzetne mogućnosti za vizuelizaciju dobijenih rešenja. Prikaz strukture Mathematice, osnovnih i naprednih komandi, kao i primena u rešavanju zadataka mehanike mogu se videti u [2]-[4]. U cilju efikasnijeg izlaganja i boljeg razumevanja gradiva, pomoćna sredstva kao što aparature za eksperimente, kao i savremeni softverski alati su više nego opravdani.

2. IZABRANI PRIMERI

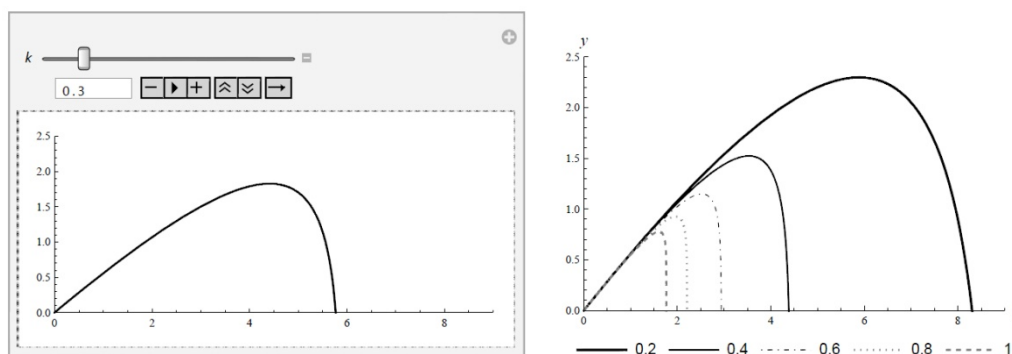
U oblasti varijacionog računa dobro je poznat i veoma važan problem brahistohrone, koji je formulisao Johan Bernuli 1696. godine. To je problem određivanja oblika glatke krive po kojoj će se kretati materijalna tačka u vertikalnoj ravni pod dejstvom sile Zemljine teže i za najkraće vreme stići iz jednog u drugi zadati položaj, videti [5].

Na Slici 1 je prikazan uređaj sa tri staze kojima se kreću kuglice i kojim se vizuelno može potvrditi da je srednja staza u obliku cikloide brahistohrona iako je pravolinijska staza najkraća. Ovakav i slični uređaji pomoću kojih se demonstriraju određeni fenomeni u mehanici mogu se uz malo kreativnosti i umeća napraviti i poslužiti kao veoma korisno dodatno nastavno sredstvo. U slučajevima kada nije izvodljivo pravljenje aparatura, odlična alternativa koja može poslužiti je upotreba vizualnih mogućnosti koje nudi programski paket Mathematica, što će biti predstavljeno u narednim primerima.



Slika 1. Uređaj za demonstraciju problema brahistohrone.

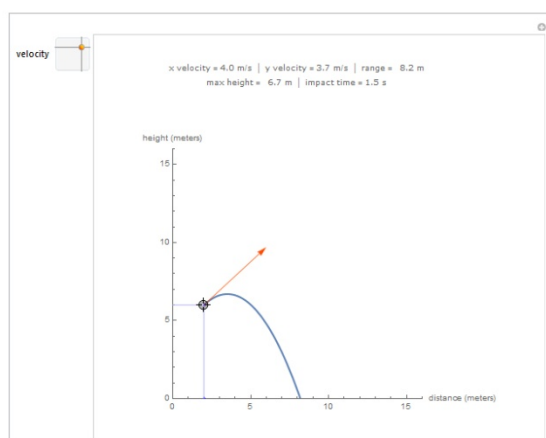
U okviru drugog primera je prikazano korišćenje softverskog paketa Mathematica za rešavanje diferencijalne jednačine kretanja mehaničkog sistema sa jednim stepenom slobode kretanja, što je detaljno obrađeno u zbirci zadataka [4]. Akcenat je stavljen na upotrebu komande Manipulate, pomoću koje je moguće analizirati uticaj promene parametara sistema (pomeranjem klizača) na rešenje problema koje je prikazano grafički, što se vidi na Slici 2. Na taj način je omogućen direktan uvid u to kako promena određenog parametra sistema utiče na ponašanje sistema. Moguće je sagledati i uticaj više parametara.



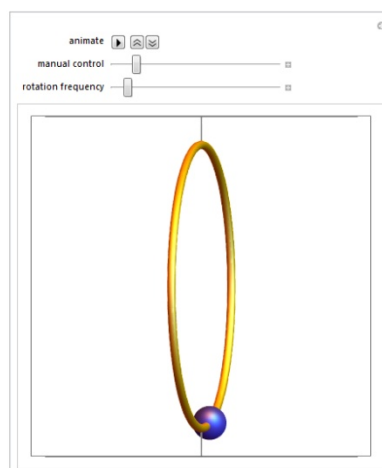
Slika 2. Ilustracija primene komande Manipulate softverskog paketa Mathematica.

Nekoliko sledećih korisnih primera kojima se može obogatiti nastava iz mehanike se mogu naći u okviru korisničke podrške paketa Mathematica, na internet stranici <https://demonstrations.wolfram.com/>. Na ovoj stranici postoji više hiljada interaktivnih dokumenata za edukaciju i istraživanje u različitim oblastima i za ovu priliku izabrano je šest primera koji su interesantni u nastavi mehanike. Obzirom da su u pitanju interaktivni dokumenti, oni mogu biti od interesa za nastavni proces jer se rešenja zadataka mogu vizuelno pratiti u dvodimenzijском ili trodimenzijском prostoru. Na Slici 3. su prikazana rešenja dva klasična problema mehanike. Na levoj slici je problem kosog hica [6], gde je omogućen izbor početne brzine materijalne tačke (u gornjem levom uglu, pomoću miša), pri čemu se automatski izračunava i iscrtava izabrana brzina i trajektorija tačke. Na desnoj slici je prikazan problem složenog kretanja tačke po obruču koji se obrće oko nepokretne vertikalne ose, pri čemu se kretanje obruča i tačke vidi u obliku animacije, a pomoću klizača je moguće vršiti promenu ugaone brzine obruča, [7].

Ballistic Trajectories



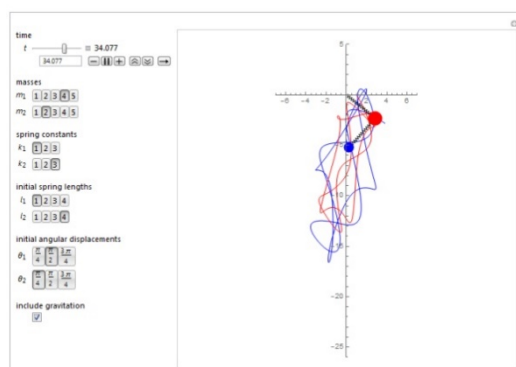
Bead on a Rotating Wire



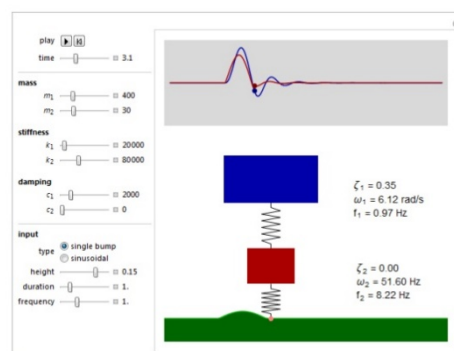
Slika 3. Kosi hitac i složeno kretanje tačke.

Na Slici 4. su prikazane simulacije kretanja složenijih mehaničkih sistema. Na levoj slici se vide trajektorije tačaka nelinearnog sistema koji je predstavljen dvostrukim klatna pri čemu su rastojanja između tačaka promenljiva, tačke su vezane oprugama, videti [8]. Desna slika prikazuje mehanički model oslanjanja vozila u okviru kojeg je analizirano kako će nailazak na neravninu na putu uticati na kretanje sistema u vertikalnom pravcu, videti [9].

Double-Spring Pendulum

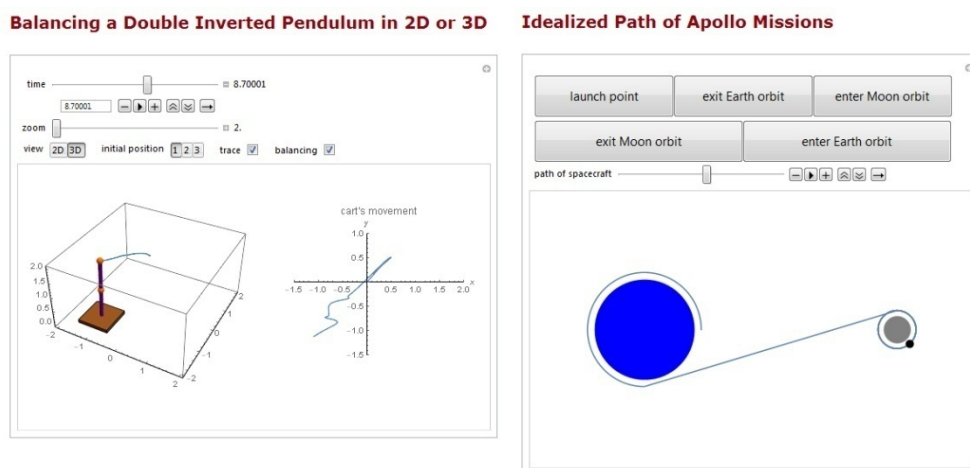


Quarter-Car Suspension Model with Double Spring



Slika 4. Dvostruko klatno promenljive dužine i model oslanjanja vozila sa dve opruge.

U nastavku su prikazana dva problema mehanike za čije rešavanje treba koristiti teoriju optimalnog upravljanja. Prvi problem je dinamičko uravnoteženje dvostrukog inverznog klatna [10], što se može videti na Slici 5 levo. Na Slici 5 desno je prikazana idealizovana putanja od Zemlje do meseca, korišćena u Apolo misijama, [11]. Simulacije kretanja se mogu uraditi promenom vrednosti parametara sistema putem dugmadi ili klizača kao što se vidi na slikama 3, 4 i 5.



Slika 5. Primeri optimalnog upravljanja.

3. ZAKLJUČAK

Wolframova demonstracija predstavlja mali program keriran pomoću programskog paketa Mathematica. Ona je interaktivna vizuelizacija određenog fenomena ili problema u mehanici, ali i u mnogim drugim naukama. Pomoću demonstracija se učionica oživljava, složeni zadaci bivaju rešeni, analizirani i simulirani čime se postiže bolje razumevanje konkretnih problema. Demonstracije koje su postavljene na sajt i koje obuhvataju širok spektar kategorija se mogu pokrenuti direktno ili preuzimanjem datoteke i pokretanjem pomoću instaliranog programa. Ovim svremenim alatom je naučnim radnicima, nastavnicima, studentima i profesionalcima otvorena je mogućnost kreiranja sopstvenih interaktivnih vizuelizacija najrazličitijih problema, dok je nastava obogaćena veoma realističnim vizuelnim prikazima što može pozitivno da utiče na lakše i efikasnije usvajanje novog gradiva.

Istraživanje je podržano od strane Fakulteta tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu, Projekat broj 2023-054.

4. LITERATURA

- [1] Viktor Freiman, Janet Lynne Tassell, *Creativity and Technology in Mathematics Education freiman*, Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2018.
- [2] Nenad Grahovac, Miodrag Žigić, *Analiza i simulacije u inženjerstvu primenom softverskog paketa Mathematica*, XXV Skup Trendovi razvoja: Kvalitet visokog obrazovanja, Kopaonik, 11.-14. 02.2019.
- [3] Antonio Romano, *Classical Mechanics with Mathematica*, Springer, New York, 2012.
- [4] Miodrag Žigić, Nenad Grahovac, *Mathematica u zadacima mehanike*, Fakultet Tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija, 2019.
- [5] Božidar D. Vujanović, Dragan T. Spasić, *Metodi optimizacije*, Izdanje UNS-FTN, edicija udžbenici 224, Novi Sad, 2009.
- [6] Jeff Bryant, "Ballistic Trajectories", <http://demonstrations.wolfram.com/BallisticTrajectories/>, Wolfram Demonstrations Project, Published: April 26, 2007.
- [7] Ryan K. Smith (Wolfram Research), "Bead on a Rotating Wire", <http://demonstrations.wolfram.com/BeadOnARotatingWire/>, Wolfram Demonstrations Project, Published: December 5, 2007.
- [8] Chihiro Ito and Reiho Sakamoto, "Double-Spring Pendulum", <http://demonstrations.wolfram.com/DoubleSpringPendulum/>, Wolfram Demonstrations Project, Published: August 20, 2019.
- [9] Jon Neades, "Quarter-Car Suspension Model with Double Spring", <http://demonstrations.wolfram.com/QuarterCarSuspensionModelWithDoubleSpring/>, Wolfram Demonstrations Project, Published: January 8, 2014.
- [10] Seungjae Lee, "Balancing a Double Inverted Pendulum in 2D or 3D", <http://demonstrations.wolfram.com/BalancingADoubleInvertedPendulumIn2DOr3D/>, Wolfram Demonstrations Project, Published: July 30, 2013.
- [11] Aditya Guru, "Idealized Path of Apollo Missions", <http://demonstrations.wolfram.com/IdealizedPathOfApolloMissions/>, Wolfram Demonstrations Project, Published: March 12, 2018.