

INTEGRACIJA EKSPERIMENTALNIH METODA U NASTAVNI PROCES: ANALIZA UDARNIH SILA U MEHANIČKIM SISTEMIMA

Armin Berecki¹, Nenad Grahovac², Miodrag Žigić³

¹Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija

^{1,2,3}Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, Srbija

¹armin@uns.ac.rs, ²ngraho@uns.ac.rs, ³mzigic@uns.ac.rs

Kratak sadržaj: Cilj ovog rada je unapređenje nastavnih metoda u oblasti mehanike, što može imati značajan doprinos u pripremi studenata, budućih inženjera, na njihovom putu sticanja fundamentalnih znanja, stvaralaštva, inovativnog načina razmišljanja i rešavanja problema. Na primeru proučavanja udarnih procesa, gde se pored teorijskih osnova vrši demonstracija primenom eksperimentalnih metoda, studentima se pruža prilika da steknu dublje razumevanje problema sudara kroz aktivno učešće u eksperimentalnim istraživanjima, kako u izvođenju samog eksperimenta, tako i u obradi i analizi dobijenih rezultata. Za izvođenje eksperimenata korišćena je oprema PASCO, specijalizovana za učenje u realnom okruženju uz primenu savremenih tehnoloških dostignuća.

Ključne reči: sudar, unapređenje nastave, eksperimentalne metode

INTEGRATION OF EXPERIMENTAL METHODS IN THE TEACHING PROCESS: ANALYSIS OF IMPACT FORCES IN MECHANICAL SYSTEMS

Abstract: The aim of this paper is to improve teaching methods in the field of mechanics, which can significantly contribute to preparing students, future engineers, on their journey to acquiring fundamental knowledge, creativity, innovative thinking, and problem-solving skills. Using the study of impact processes as an example, where, in addition to theoretical foundations, a demonstration is conducted through the application of experimental methods, students are provided with the opportunity to gain a deeper understanding of collision issues through active participation in experimental research. This involvement extends to both the execution of the experiment itself and the processing and analysis of the obtained results. PASCO equipment, specialized for real-world learning with the application of modern technological advancements, was used for conducting the experiments.

Key Words: collision, teaching enhancement, experimental methods

1. UVOD

Razvojem digitalnih tehnologija pojavile su se nove mogućnosti kako za rešavanje inženjerskih problema, tako i za demonstraciju predavanog gradiva, [1]-[3]. U okviru ovog rada, istražuje se praktična primena uređaja za merenje udarne sile i brzine kao značajnog pedagoškog alata za studente. Ovaj pristup obuhvata korišćenje digitalnih senzora za potvrđivanje teorijskih jednačina, pažljivu analizu rezultate merenja kako bi se postiglo dublje razumevanje fenomena sudara. Fokus je na različitim metodama za aproksimativno određivanje maksimalne vrednosti udarne sile, pri čemu se koristi zakon o promeni količine kretanja za utvrđivanje srednje vrednosti udarne sile.

Osim toga, rad obuhvataju detaljno upoređivanje teorijskih sa eksperimentalnim rezultatima. Ova analiza pruža dublji uvid u smisao teorijskih modela i omogućava konstruktivnu diskusiju o prednostima i nedostacima različitih pristupa merenju udarne sile. Dodatno, posvećuje se pažnja detaljnom razmatranju ograničenja uređaja za merenje u smislu preciznosti merenja, identifikujući potencijalne izazove i pružajući perspektivu za buduća poboljšanja i razvoj ove metodologije.

2. TEORIJSKE OSNOVE

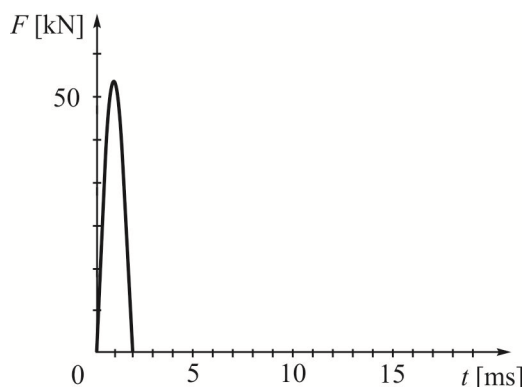
Sudar je specifičan fizičko-mehanički proces koji nastaje kada mehanički sistem (materijalna tačka, sistem materijalnih tačaka, telo) stupi u kontakt sa nekom preprekom, pri čemu su brzine kontaktnih tačaka različite. Ovu pojavu karakterišu vrlo kratko vreme trajanja, kao i sile veoma velikih intenziteta, istog tipa kao pri eksplozijama. One mogu i do nekoliko desetina hiljada puta prevazići težinu tela koje učestvuje u sudaru, [4].

Sile koje se tada javljaju nazivaju se udarne, trenutne ili impulsne sile, a sama pojava je praćena procesom deformacije tela u zoni kontakta. Stoga se taj aspekt ne može opisati u okviru dinamike krutih tela. U didaktičkim kursovima mehanike je uobičajeno da se proučava stanje sistema neposredno pre i neposredno posle sudara, a sam udar se posmatra kao jedan singularni proces koji traje beskonačno kratko. Koristi se pretpostavka da je pomeranje

napadne tačke udarne sile tokom udarnog procesa jednako nuli, a brzina ima promenu za konačan iznos. Ove pretpostavke se mogu objasniti primenom teorije distribucija i distribucijskog modela sudara, što prevazilazi okvire ovog rada, videti [5], [6].

S obzirom da je vreme trajanja sudara T veoma (gotovo beskonačno) kratko, a udarna sila F vrlo velika, reda $1/T$, kao mera uzajamnog dejstva tela pri sudaru koristi se udarni impuls I , koji predstavlja površinu ispod krive na Slici 1 i ima konačnu vrednost, [4]

$$\vec{I} = \int_0^T \vec{F} dt . \quad (1)$$



Slika 1. Udarne sile u funkciji vremena.

Za vreme trajanja sudara dejstvo neudarnih sila (tzv. regularne sile) se može zanemariti jer je njihov impuls približno jednak nuli. Zavisnost udarne sile od vremena često nije poznata pa se udarni impuls određuje indirektno. Kako je vreme trajanja sudara veoma kratko, može se smatrati da je intenzitet udarne sile konstantan tokom sudara, pa se primenom teoreme o srednjoj vrednosti može odrediti njen intenzitet F_{sr}

$$I = \int_0^T F dt = F_{sr} \cdot T . \quad (2)$$

Za analizu proučavanog mehaničkog sistema izloženog sudaru mogu se koristiti teoreme o priraštaju količine kretanja i kinetičkog momenta za izabranu tačku

$$\Delta \vec{K} = \vec{I}^s , \quad (3)$$

$$\Delta \vec{L}_A = \vec{M}_A^{\vec{I}^s} , \quad (4)$$

gde tačka A predstavlja ili nepokretnu tačku O ili centar mase, $\vec{I}^s$ je impuls glavnog vektora spoljašnjih udarnih sila, a $\vec{M}_A^{\vec{I}^s}$ impuls glavnog momenta spoljašnjih udarnih sila za tačku A , [5].

3. EKSPERIMENT

Za eksperiment je korišćen PASCO uređaj Basic PAScar PAstrack System koji ima mogućnost merenja brzine i udarne sile prilikom translatorskog pravolinijskog kretanja modela automobila i njegovog udara u prepreku (koja je sačinjena od opruge), te kretanja u suprotnom smeru. Masa automobila se može menjati tako da je u eksperimentima njegova masa iznosila 0.25, 0.5 i 0.75 kg.

Izvršeno je ukupno 18 merenja kako bi se analizirao uticaj pozicije senzora brzine na rezultate eksperimenta. Prvih devet merenja obavljeno je pri rastojanju senzora brzine od senzora sile od 180 mm, dok je preostalih devet merenja izvedeno na udaljenosti od 110 mm. Ova varijacija udaljenosti sprovedena je kako bi se potvrdila pretpostavka da pozicija senzora ne utiče na preciznost merenja i da se uticaj trenja između automobila i podloge može zanemariti pri kretanju na kratkoj deonici. Rezultati merenja prikazani su u tabelama 1 i 2,

Tabela 1 – Rezultati merenja prilikom udaljenosti senzora brzine od senzora sile 180 mm.

Merenje br.	m [kg]	v_0 [m/s]	v_1 [m/s]	$F(0)$ [N]	$F(0.05)$ [N]	$F(0.1)$ [N]	$F(0.15)$ [N]	t^* [s]	$F(t^*)$ [N]
1	0.25	0.81	0.72	-0.1	3.4	1.9	0.1	0.075	5.15
2	0.25	0.71	0.66	0	0.4	3.6	-0.1	0.092	4.192
3	0.25	1.21	1.16	-0.1	7.3	0	-0.3	0.053	7.744
4	0.5	0.79	0.73	0	2.1	6.2	1.6	0.099	6.292

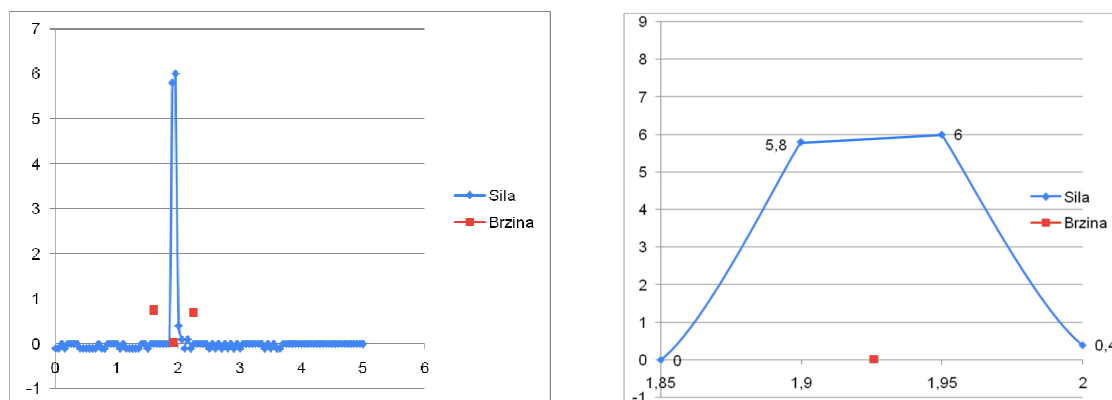
5	0.5	0.86	0.81	0	3.5	6.7	0.5	0.088	8.188
6	0.5	0.72	0.67	0	4.9	3.5	-0.1	0.066	5.948
7	0.75	0.75	0.69	0	5.8	6	0.4	0.076	8.688
8	0.75	0.61	0.56	0	3.1	5.4	2.2	0.095	5.72
9	0.75	0.78	0.72	2.6	7.5	4.3	0.1	0.056	7.996

Tabela 2 – Rezultati merenja prilikom udaljenosti senzora brzine od senzora sile 110 mm.

Merenje br.	m [kg]	v_0 [m/s]	v_1 [m/s]	$F(0)$ [N]	$F(0.05)$ [N]	$F(0.1)$ [N]	$F(0.15)$ [N]	t^* [s]	$F(t^*)$ [N]
1	0.25	0.98	0.95	0	1.5	5.3	0.2	0.094	5.912
2	0.25	0.8	0.75	0	-0.1	4.5	-0.2	0.092	5.252
3	0.25	0.85	0.82	-0.1	0	5	-0.1	0.095	5.510
4	0.5	0.53	0.48	0	2.1	3.6	0.6	0.079	4.860
5	0.5	0.88	0.84	-0.1	1.4	7.5	2.5	0.094	8.100
6	0.5	1.12	1.05	-0.1	4.7	7.6	-0.1	0.088	9.448
7	0.75	0.88	0.84	0	7.4	8.1	0	0.086	10.368
8	0.75	1	0.91	-0.1	6.9	6.2	0.1	0.078	8.884
9	0.75	1.05	0.92	-0.1	4.9	7.4	0.3	0.087	9.246

gde v_0 i v_1 predstavljaju brzinu automobila neposredno pre i neposredno posle sudara. Senzor sile vrši merenje sa preciznošću od 0.2 N i sa vremenskim korakom od 0,05 sekundi, pa je s obzirom na dužinu trajanja sudara od oko $T \approx 0.15$ s udarna sila određena u četiri različita trenutka $F(t_i)$, $t_i \in \{0, 0.05, 0.1, 0.15\}$ [s]. Trenutak kada počinje sudar uzet je kao početni trenutak $t_0=0$. Sudar se završava u momentu kada intenzitet udarne sile opadne na nulu. Takođe u tabelama se nalaze podaci o trenutku t^* u kojem je izmerena brzina približno jednaka nuli, kada udarna sila $F(t^*)$ približno dostiže svoju maksimalnu vrednost. Poslednja kolona prikazuje maksimalne vrednosti udarne sile $F(t^*)$ koje su određene linearnom interpolacijom.

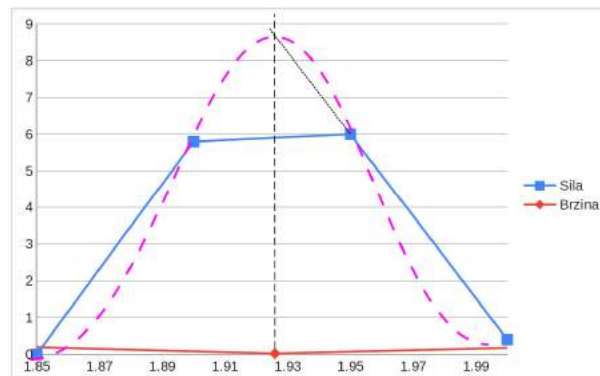
Na Slici 2 prikazana je izmerena sila u funkciji vremena, kao i vrednosti ulazne i izlazne brzine za sedmo merenje iz Tabele 1. Na toj slici se može primetiti da je oblik krive koja predstavlja udarnu silu u saglasnosti sa teorijskom krivom na Slici 1, a isto tako se zapaža da je izlazna brzina manja od ulazne, što se objašnjava gubitkom kinetičke energije iz sistema u procesu sudara.



Slika 2. Udarna sila (u Njutnima) u funkciji vremena za eksperiment br. 7 iz Tabele 1. Na desnoj slici je prikazan uvećani detalj za vreme trajanja sudara, koji je započeo u $t=1.85$ s od početka kretanja, i taj trenutak je proglašen za $t_0=0$, kao početak udarnog procesa. Plavom linijom označena je udarna sila, a crveni kvadrati označavaju brzinu kretanja.

Ipak, na Slici 2 se ne vidi maksimalna vrednost udarne sile, a uzrok tome je nedovoljna frekvencija očitavanja sile u samom senzoru. Ta vrednost približno se može odrediti linearnom interpolacijom. Fokusirajući se na četiri

merne tačke tokom trajanja sudara u intervalu od 0,237 sekundi, pretpostavlja se linearna zavisnost udarne sile od vremena. Primenjujući ovu pretpostavku, izračunava se maksimalna vrednost sile kao vrednost funkcije u trenutku t^* kada je brzina približno jednaka nuli, te je dobijena vrednost $F_{max}=8,688$ N, koja pod navedenom pretpostavkom treba da je oko dva puta veća od srednje vrednosti udarne sile, Slika 3.



Slika 3. Određivanje maksimalne vrednosti udarne sile postupkom linearne interpolacije.

Daljom analizom moguće je iz jednačine (2) odrediti srednju vrednost udarne sile, gde je dobijeno $F_{sr}=4,557$ N, što je približno dva puta manje od F_{max} i u saglasnosti je sa prethodnim zaključkom. Ova analiza pruža uvid u ograničenja instrumentacije i ukazuje na mogućnosti za poboljšanja koja se mogu primeniti u budućim eksperimentima.

4. ZAKLJUČAK

U zaključku ovog istraživačkog rada, autori smatraju da ispitivani uređaj pruža prilično precizna merenja koja su u skladu s teorijskim osnovama u oblasti sudara. Međutim, istraživanje nije lišeno nedostataka, pre svega u domenu preciznosti merenja i aproksimaciji maksimalne vrednosti udarne sile.

Istovremeno, prednosti ovog rada ogledaju se u demonstrativnom pristupu namenjenom studentima, pružajući im konkretnu vizualizaciju teorijskih principa iz oblasti sudara. Takođe, postignuto razumevanje eksperimentalno dobijenih rezultata doprinosi širem kontekstu edukacije.

S obzirom na identifikovane nedostatke, preporučeni pravci budućih istraživanja uključuju nalaženje načina za bolju aproksimaciju maksimalne vrednosti udarne sile, razmatranje korišćenja drugačijih senzora za dodatnu verifikaciju rezultata, uvođenje u razmatranje različitih modela viskoelastičnih tela te identifikacija parametara modela, integraciju drugih uređaja u demonstracijama i rad sa studentima.

U skladu sa ovim nalazima, autori ohrabruju dalja istraživanja koja bi doprinela unapređenju metoda merenja udarne sile, povećanju tačnosti eksperimentalnih rezultata i širenju praktičnih primena u nastavi.

Ovo istraživanje je podržano od strane Fakulteta tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu, Projekat broj 2024-054.

5. LITERATURA

- [1] Miodrag Žigić, Nenad Grahovac, *Analiza i simulacije u inženjerstvu primenom softverskog paketa Mathematica*, XXV SkupTrendovi razvoja - Kvalitet visokog obrazovanja, Kopaonik, 11.-14.02.2020.
- [2] Miodrag Žigić, Nenad Grahovac, *Savremene metode rešavanja inženjerskih zadataka*, XXVI SkupTrendovi razvoja - Inovacije u modernom obrazovanju, Kopaonik, 16.-19.02.2020.
- [3] Armin Berecki, Sanja Ožvat, Damir Mađarević, *Primena video animacije u nastavi mehanike*, XXVI Skup Trendovi razvoja: "Inovacije u modernom obrazovanju", Kopaonik, 16.-19.02.2020.
- [4] Božidar Vuijanović, *Dinamika*, Univerzitet u Novom Sadu, 1992.
- [5] Dragan Spasić, *Mehanika: osnove, opšte, proširenja*, Univerzitet u Novom Sadu, u pripremi.
- [6] S. Timoshenko, D.H. Young, *Tehnička mehanika*, Građevinska knjiga, Beograd, 1962.